数学模块 参考答案

一、单项选择题（共 **6** 小题；每小题 **4** 分，满分 **24** 分）

1	2	3	4	5	6
B	B	C	C	A	D

二、填空题 （共 **4** 小题；每小题 **4** 分，满分 **16** 分）

7. $\frac{15}{16}$ 8. $\frac{1}{3}$ 9. $\frac{16}{3}$ 10. $\frac{\pi}{3}$

三、解答题

11.解（1）由题意得

$$\begin{cases} a_1+2d=5a_1+\dfrac{5\times4}{2}d \\ a_1+4d=-8 \end{cases}$$

解得$\begin{cases} a_1=8 \\ d=-4 \end{cases}$ .... 2 分

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=8-4(n-1)=-4n+12$..3分

（2）$S_n=8n+\dfrac{n(n-1)}{2}(-4)=-2n^2+10n$

由$S_n>a_n$知$-2n^2+10n>-4n+12$

$\therefore n^2-7n+6<0$,解得$1<n<6$..5分

又$n\in N^*$,$\therefore n$的最小值为 2... ......6 分

12. 解（1）$f(x)=\sin x+\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\sqrt{3}\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$.........2分

$\therefore$最小正周期$T=2\pi$..3分

（2）$\because f(C)=\sqrt{3}$,$\therefore \sqrt{3}\sin(C+\dfrac{\pi}{6})=\sqrt{3}$

$\therefore \sin(C+\dfrac{\pi}{6})=1$,而$\dfrac{\pi}{6}<C+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{7\pi}{6}$

$\therefore C+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$,$\therefore C=\dfrac{\pi}{3}$..5分

$\because \begin{cases} \sin B=2\sin A \\ S=\dfrac{1}{2}ab\sin C \end{cases}$,$\therefore \begin{cases} b=2a \\ 2\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}ab\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

解得$a=2,b=4$..7分

$\therefore c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=12, \therefore c=2\sqrt{3}$..................................8分

13. （1）证明：如图，取棱 AD的中点G，连结GD_1、GE、GF、BD

$\because G$、E分别是AD、AB的中点，所以$GE \parallel BD \parallel B_1D_1$

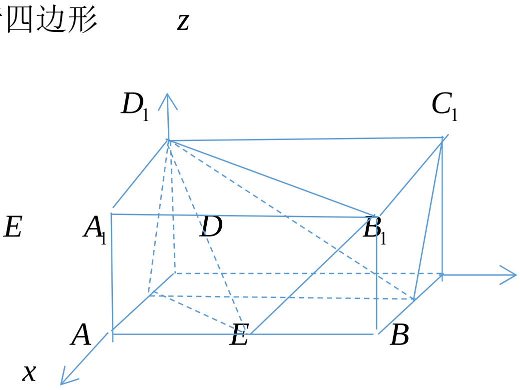
$\therefore G$、E、B_1、D_1四点共面 ....2 分

$\because G$、F分别是AD、BC的中点，$\therefore GF \parallel CD \parallel C_1D_1$

且$GF=CD=C_1D_1, \therefore GFC_1D_1$是平行四边形

$\therefore C_1F \parallel GD_1$

$$\because \begin{cases} C_1F \parallel GD_1 \\ C_1F \not\subset 平面B_1D_1E, \therefore C_1F \parallel 平面B_1D_1E \\ GD_1 \subset 平面B_1D_1E \end{cases}$$



....4 分

.

(2) 以点 D 为坐标原点，DA、DC、DD_1 所在直线分别为 x、y、z 轴建立空间直角坐标系，设 $AA_1=1$

则 $B_1(2,2,1), D_1(0,0,1), C_1(0,2.1), E(2,1,0), F(1,2,0)$

$\therefore \vec{D_1B_1}=(2,2,0), \vec{D_1E}=(2,1,-1)$

设平面 B_1D_1E的法向量$\vec{n}=(x,y,z)$

则 $\vec{B_1D_1}\cdot\vec{n}=2x+2y=0, \vec{D_1E}\cdot\vec{n}=2x+y-z=0$

令 $x=1$,则$\vec{n}=(1,-1,1)$

同理可得平面 C_1D_1F 的一个法向量 $\vec{m}=(1,0,1)$..6分

$\therefore \cos < \vec{m}, \vec{n} >= \dfrac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \dfrac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 即为所求....................8 分

14. 解（1）由$k = e$知道$f(x) = e^x - ex, \therefore f'(x) = e^x - e$

令 $f'(x) > 0$得$x > 1$

$\therefore f(x)$的单调增区间为（$1, +\infty$）

同理可得减区间为$(-\infty, 1)$.......................................2分

（2）题设条件等价于 $f(x) > 0$对$\forall x \geq 0$成立

由 $f'(x) = e^x - k = 0$得$x = \ln k$..3分

①当$k \in (0,1]$时$f'(x) = e^x - k > 1 - k \geq 0 (x > 0)$

此时 $f(x)$在$[0, +\infty)$上单调增，$\therefore f(x) \geq f(0) = 1 > 0$符合题意 .

$\therefore 0 < k \leq 1$...5分

②当$k \in (1, +\infty)$时，$\ln k > 0$

当$x \in (0, \ln k)$时$f'(x) < 0$, $f(x)$单调减

当$x \in (\ln k, +\infty)$时$f'(x) > 0$, $f(x)$单调增

$\therefore$当$x = \ln k$时，$f(x)$取极小值$f(\ln k)$

依题意，$f(\ln k) = k - k\ln k > 0$, 又$k > 1$, $\therefore 1 < k < e$.............7分

综合①②知道，$k \in (0, e)$..8分